Physik jenseits des Standard–Modells

6. Übung

Aufgabe 1: Wess-Zumino Modell

Die in Serie 5 hergeleitete Wirkung kann noch um einen Superpotentialterm ergänzt werden:

$$S = \int \Phi^\dagger \Phi d^4x d^2\theta d^2\bar{\theta} - \int W(\Phi) d^4x d^2\theta - \int W(\Phi^\dagger) d^4x d^2\bar{\theta} \tag{1}$$

Für $\int \Phi^\dagger \Phi d^4x d^2\theta d^2\bar{\theta}$, verwenden wir das Ergebnis von Serie 5:

$$\mathcal{L}_{kin} = (\partial_\mu \varphi^*)(\partial^\mu \varphi) - \frac{i}{2}(\bar{\psi}\tilde{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi + \psi \sigma^\mu \partial_\mu \bar{\psi}) + F^* F \tag{2}$$

a) Was ergibt sich für S mit dem Ansatz:

$$W(\Phi) = \frac{m}{2}\Phi^2 + \frac{\lambda}{6}\Phi^3 \tag{3}$$

b) Was liefert die Bewegungsgleichung für F?

c) Warum kann somit F aus $\mathcal{L}$ eliminiert werden? Wie lautet $\mathcal{L}$ nun ? Was folgt für die Massen und Kopplungen der Felder φ und ψ?

Aufgabe 2: Radiative Symmetriebrechung

Gegeben seien folgende vereinfachte ($A_t = 0,\ \mu = 0$) Renormierungsgruppen-Gleichungen für die up-artige Higgsmasse und die beiden Stopmassen:

$$\frac{\partial}{\partial \log\left(Q^2/M^2_{\mathrm{GUT}}\right)} \begin{bmatrix} M^2_{H_u} \\ M^2_{\tilde{t}_R} \\ M^2_{\tilde{t}_L} \end{bmatrix} = \frac{\alpha_t}{\pi} \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M^2_{H_u} \\ M^2_{\tilde{t}_R} \\ M^2_{\tilde{t}_L} \end{bmatrix}$$

mit $\alpha_t = G_F m_t^2/\sqrt{2}\pi$. Löse diese Gleichungen unter der Nebenbedingung $M_{H_u} = M_{\tilde{t}_R} = M_{\tilde{t}_L} = M_0$ für $Q = M_{\mathrm{GUT}}$. Zeige, daß das Quadrat der Higgsmasse $M^2_{H_u}$ bei $Q = M_Z$ negativ wird, wenn die Topmasse m_t hinreichend groß ist, während die Quadrate der Stopmassen positiv bleiben.