Physik jenseits des Standard–Modells

5. Übung

Aufgabe 1: Chirales Multiplett

a) Gegeben ist das komplexe Superfeld $\Phi(x,\theta) = \varphi(x) + \sqrt{2}\theta\psi(x) + \theta\theta F(x)$. Die Felder $(\varphi(x), \psi(x), F(x))$ bezeichnet man als "chirales Multiplett".
Die SUSY-Transformationen seien wie folgt gegeben (mit ε infinitesimal):

$$\theta^\alpha \rightarrow \theta^\alpha + \varepsilon^\alpha \qquad \alpha = 1,2 \tag{1}$$
$$x^\mu \rightarrow x^\mu + i\theta\sigma^\mu\varepsilon \qquad \mu = 0,1,2,3 \tag{2}$$

Was ergibt sich damit für die SUSY-Transformation von φ,ψ und F ? Totale Ableitung in Integralen können in (verschwindende) "Oberflächenterme" umgeschrieben werden. Woraus setzt sich somit eine mögliche Lagrangedichte/Wirkung von Φ zusammen ?

b) Die vereinfachte Darstellung in a) ohne $\bar\theta$ war nur möglich, da es sich um ein chirales Feld handelte. Der Übergang zu den "gewöhnlichen" Koordinaten erfolgt über $x^\mu \rightarrow x^\mu + i\theta\sigma^\mu\bar\theta$. Zeige unter Verwendung von $(\theta\sigma^\mu\bar\theta)(\theta\sigma^\nu\bar\theta) = \frac{1}{2}g^{\mu\nu}(\theta\theta)(\bar\theta\bar\theta)$ ($g^{\mu\nu}$ ist die Metrik) und $(\theta\sigma^\mu\bar\theta)(\theta\psi) = -\frac{1}{2}(\theta\theta)(\psi\sigma^\mu\bar\theta)$, dass gilt

$$\Phi(x,\theta,\bar\theta) = \varphi(x) + \sqrt{2}\theta\psi(x) + (\theta\theta)F(x) + i(\theta\sigma^\mu\bar\theta)\partial_\mu\varphi(x) - \frac{i}{\sqrt{2}}(\theta\theta)\partial_\mu(\psi(x)\sigma^\mu\bar\theta) - \frac{1}{4}(\theta\theta)(\bar\theta\bar\theta)\Box\varphi(x) \tag{3}$$

c) Kombinationen von chiralen und antichiralen Superfeldern ergeben wieder Superfelder gleicher Art. Die Multiplikation eines chiralen und antichiralen Superfeld führt auf den **kinetischen Anteil** der Lagrangedichte. Berechne

$$\bar\Phi(x,\theta,\bar\theta)\Phi(x,\theta,\bar\theta)|_{\theta\theta\bar\theta\bar\theta}$$

d) Die **Massen und Wechselwirkungssterme** im Superfeldformalismus lassen sich unter Berücksichtigung der Renormierbarkeit aus dem SUSY-invarianten Superpotential

$$W(\Phi) = \frac{m}{2}\Phi^2 + \frac{\lambda}{6}\Phi^3$$

herleiten. Zeige:

$$\begin{aligned} S_W &= \int d^6 z W(\Phi) + h.c. \\ &= \int d^4 x \left\{ F\frac{\partial W(\varphi)}{\partial \varphi} - \frac{1}{2}\frac{\partial^2 W(\varphi)}{\partial \varphi^2}\bar{\Psi}_L{}^c \Psi_L \right\} + h.c. \end{aligned}$$

mit

$$\Phi(y,\theta) = \varphi(y) + \sqrt{2}\theta\psi(y) + (\theta\theta)F(y)\big|_{y=x+i\theta\sigma\bar{\theta}}$$