Physik jenseits des Standard–Modells

3. Übung

Aufgabe 1: Brechung der $SU(5)$

Wir betrachten die $SU(5)$:

$$SU(5) \xrightarrow{\phi} SU(3) \times SU(2) \times U(1) \xrightarrow{H} SU(3) \times U(1) \tag{1}$$

Hierbei stellt H ein Higgs-Multiplett in der Vektordarstellung und ϕ ein Higgs-Multiplett in der adjungierten Darstellung dar. Das für die $SU(5)$-Brechung relevante Higgs-Potential ist gegeben durch

$$V(\phi) = M_{24}^2 Tr(\phi \cdot \phi^\dagger) + \lambda_{24} \left(Tr(\phi \cdot \phi^\dagger)\right)^2 + \lambda'_{24} Tr((\phi \cdot \phi^\dagger)^2) \tag{2}$$

Um ein Minimum zu finden, machen wir folgenden Ansatz:

$$\phi_0 = <\phi> = \frac{v_{24}}{\sqrt{15}} diag(1, 1, 1, -3/2, -3/2) \tag{3}$$

Was folgt aus $M_{24}^2 < 0$ für $\lambda_{24},\ \lambda'_{24}$ und v_{24}?

Die kovariante Ableitung lautet nun:

$$D_\mu \phi = \partial_\mu \phi + ig[V_\mu, \phi] \tag{4}$$

Wie sieht (analog zum SM) V_μ aus? Was folgt damit für die Massen der 24 Eichbosonen der $SU(5)$?

Der Massenterm aus $Tr|D_\mu \phi|^2$ hat die übliche Form: $g^2 Tr|[V_\mu, \phi_0]|^2$.
Was folgt für M_X, M_Y?

Aufgabe 2: Laufende Kopplungskonstanten und Vereinigung

Die Ein-Schleifen-Gleichungen der laufenden Kopplungskonstanten sind gegeben durch:

$$\frac{1}{\alpha_j(Q^2)} = \frac{1}{\alpha_j(\mu^2)} + \frac{b_j}{4\pi} ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) \tag{5}$$

In GUTs ergibt sich für die b_j's:

$$\begin{pmatrix} b1 \\ b2 \\ b3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 22/3 \\ 11 \end{pmatrix} - N_F \begin{pmatrix} 4/3 \\ 4/3 \\ 4/3 \end{pmatrix} - N_H \begin{pmatrix} 1/10 \\ 1/6 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{6}$$

wobei N_F die Zahl der Teilchen-Familien und N_H die Anzahl der Higgs-Dubletts ist.

1. Berechne die GUT-Vereinigungsskala aus den obigen Gleichungen durch Vergleich von α_1 und α_2, wobei an der Energie der Z-Boson Masse angefangen werden soll.

2. Bestimme den Weinbergwinkel aus der Z-Boson Masse als Funktion von $\alpha(m_Z)$ und $\alpha_s(m_z)$.

Inputparameter:

$$\begin{aligned} \sin^2\theta_w(M_{GUT}) &= \frac{3}{8} \\ m_Z &= 91.188\ GeV \\ \alpha(m_Z) &= \frac{1}{127.9} \\ \alpha_s(m_z) &= 0.119 \pm 0.004 \end{aligned}$$