Physik jenseits des Standard–Modells

2. Übung

Aufgabe 1: QED–Lagrangedichten

Leite aus folgenden Lagrangedichten die zugehörigen Bewegungsgleichungen her:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= |D_\mu\phi|^2 - m^2|\phi|^2 \\ \mathcal{L} &= \bar{\psi}(i\not{D} - m)\psi \\ \mathcal{L} &= -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - j^\mu A_\mu\end{aligned}$$

mit der kovarianten Ableitung

$$D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu\mathcal{Q}$$

Aufgabe 2: Eichboson–Massen

Zeige, dass das Higgs-Feld ϕ des Standard-Modells die Massen der Eichbosonen $W^\pm$ und Z erzeugt, aber das Photon A masselos bleibt. Gehe folgendermassen vor:

1. Benutze den Wechselwirkungsterm der Lagrangedichte:

$$|D_\mu\phi_0|^2 = \left|\left(igW_\mu^a\frac{\sigma^a}{2} + ig'B_\mu\frac{Y}{2}\right)\begin{pmatrix}0\\ \frac{v}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}\right|^2$$

2. Zeige, dass dieser Term geschrieben werden kann als:

$$|D_\mu\phi_0|^2 = \frac{v^2}{8}\begin{pmatrix}W_\mu^1\\ W_\mu^2\\ W_\mu^3\\ B_\mu\end{pmatrix}\begin{pmatrix}g^2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & g^2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & g^2 & -gg'\\ 0 & 0 & -gg' & g'^2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}W_\mu^1\\ W_\mu^2\\ W_\mu^3\\ B_\mu\end{pmatrix}$$

3. Berechne die Eigenwerte der Massenmatrix und beweise, dass $M_W = \frac{1}{2}gv$, $M_Z = \frac{1}{2}\sqrt{g^2+g'^2}\,v$ und $M_A = 0$.